ГБПОУ «КАБАРДИНО-БАЛКАРСКИЙ КОЛЛЕДЖ «СТРОИТЕЛЬ»

Преподаватель – Магомедова Н.В.

Конспект урока по математике.

Тема: Степенная функция. Дробно-линейная функция.

Цель урока: Формирование навыков применения знаний по данной теме при решении стандартных и нестандартных алгебраических задач. Формирование способности к интеграции знаний из различных тем курса математики.

1. **Задачи:**

образовательные:

- уметь сравнивать числа, решать неравенства с помощью графиков и (или) свойств степенной функции;

воспитательные:

- воспитывать устойчивый интерес к предмету, формировать коммуникативную компетенцию учащихся, воспитывать ответственность и аккуратность.

Тип урока: обобщение и систематизация знаний

Методы: обсуждение, наблюдение, сравнение, опыт.

Оборудование: доска, интерактивная доска, компьютер, раздаточный дидактический материал, плакат с графиками.

Ход урока:

1.Организационный момент: (2 мин.) на повторение теории по опорному конспекту.

2.Проверка домашнего задания по группам. (10 мин.)

Перечень вопросов, рассматриваемых в теме

1) понятие степенной функции;

2) основные свойства функций $y = x^{2n} y = x^{2n}$ и $y - x^{2n+1}$;

3) понятия взаимно обратной и дробно- линейной функций;

4) особенности построения графика дробно-линейной функции.

Глоссарий по теме

Определение. Функция вида $y = x^n$, где n- любое действительное число, называют степенной функцией.

Определение. Функцию y=f(x), x∈X называют обратимой, если любое своё значение она принимает только в одной точке множества X (иными словами, если разным значениям аргумента соответствуют разные значения функции).

Теоретический материал для самостоятельного изучения

Определение. Функция вида $y=x^n$, где n- любое действительное число, называют степенной функцией.

С некоторыми из таких функций вы уже познакомились в курсе алгебры 7-9 классов. Это, например, функции $y=x^1=x$, $y=x^2$, $y=x^3$. При произвольном натуральном n графики и свойства функции $y=x^n$ аналогичны известным графикам и свойствам указанных функций.

Если показатель степени n — натуральное число, то степенная функция задаётся формулой $y=x^n$.

При n=1, $y=x^1$ или y=x — прямая (Рисунок 1).

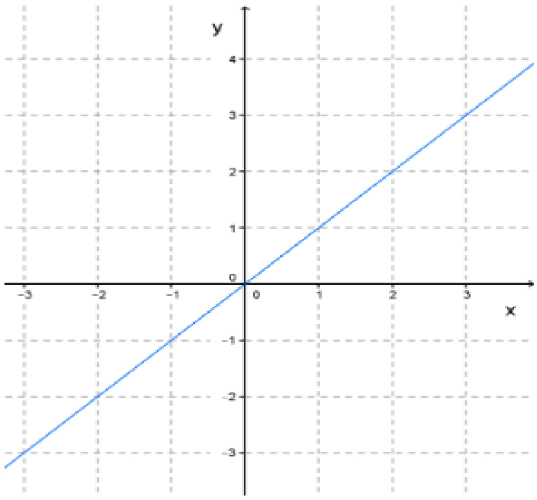
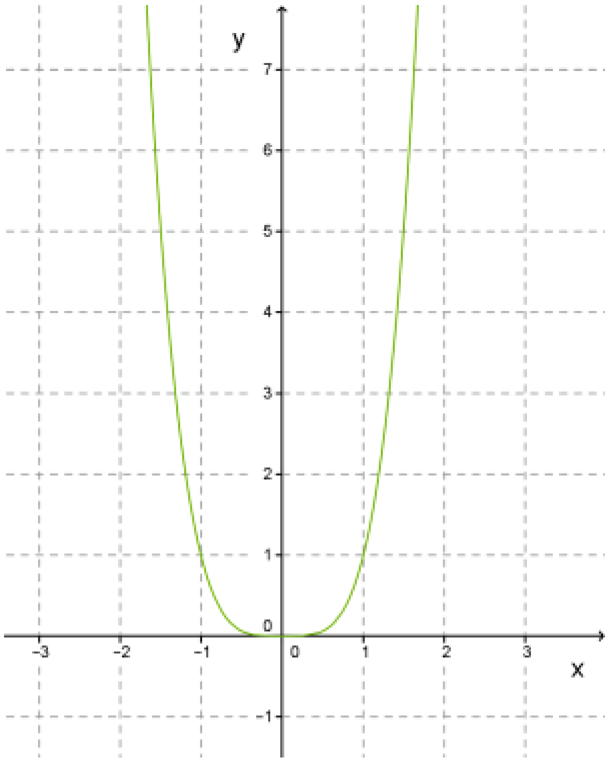


Рисунок 1 – график функции $y=x^1$

При n=2, $y=x^2$ — парабола.

При n=3, $y=x^3$ — кубическая парабола.

График степенной функции $y=x^n$, где n — чётное число (4,6,8...), принимает вид параболы.



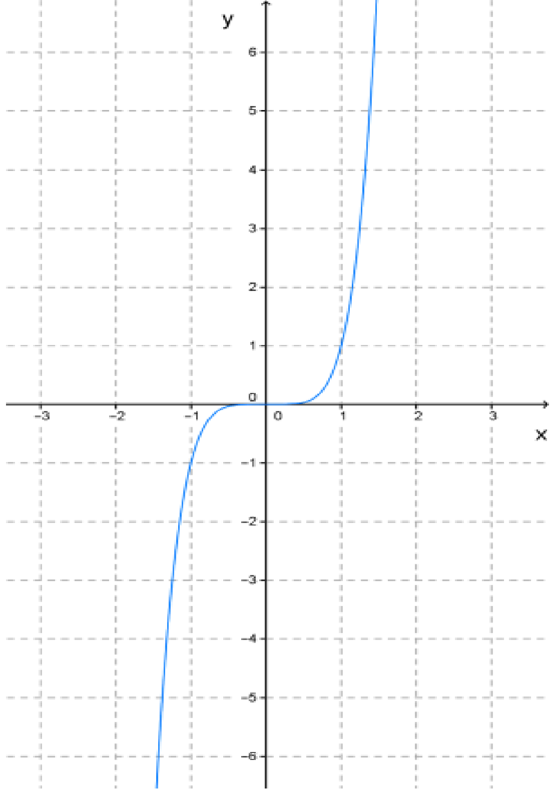


Рисунок 2 – график функции $y=x^n$, где n — чётное число

График степенной функции $y=x^n$, где n — нечётное число (5,7,9...), принимает вид кубической параболы.

Рисунок 3 – график функции $y=x^n$, где n — нечётное число

Если показатель степени — целое отрицательное число, то степенная функция задаётся формулой $y=x^{-n}$ или $y=1/x^n$.

График степенной функции $y=x^{-n}$, в случае, когда n — **чётное число** (4,6,8...), принимает вид:

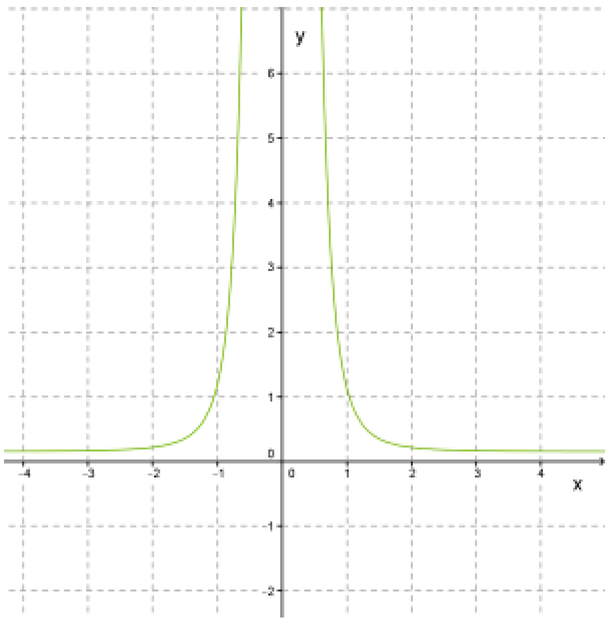


Рисунок 4 – график функции $y=x^{-n}$, при n — чётное число

Например, такой вид принимают графики функций $y=x^{-4}$,$y=x^{-8}$.

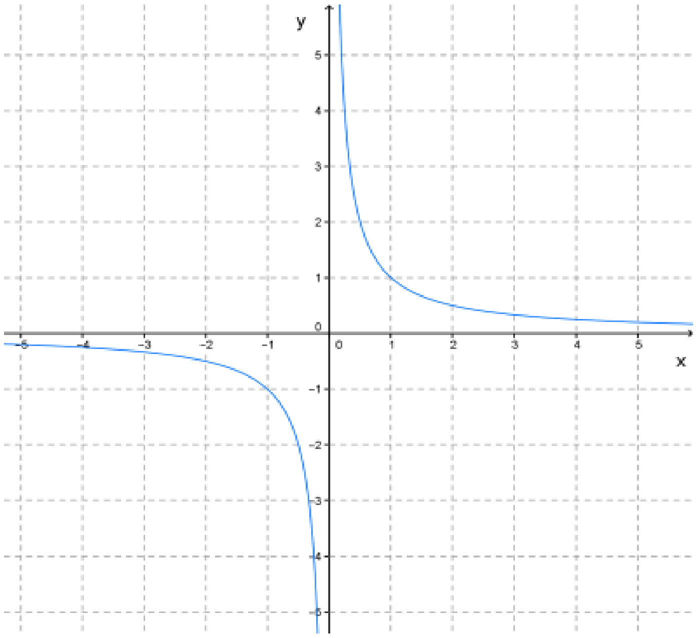


График степенной функции $y=x^{-n}$, в случае, когда n — **нечётное число** (5,7,9...), принимает вид гиперболы:

Рисунок 5 – график функции $y=x^{-n}$, при n — нечётное число

Например, такой вид принимают графики функций $y=x^{-5}$,$y=x^{-11}$.

Функции такого вида называются дробно-линейными.

Рассмотрим графики степенных функций $y=x^{m/n}$ с **положительным дробным показателем** m/n.

1. Степенная функция $y = x^{\frac{m}{n}}$, где $\frac{m}{n} > 1$> **неправильная дробь** (числитель больше знаменателя).

График — ветвь параболы:

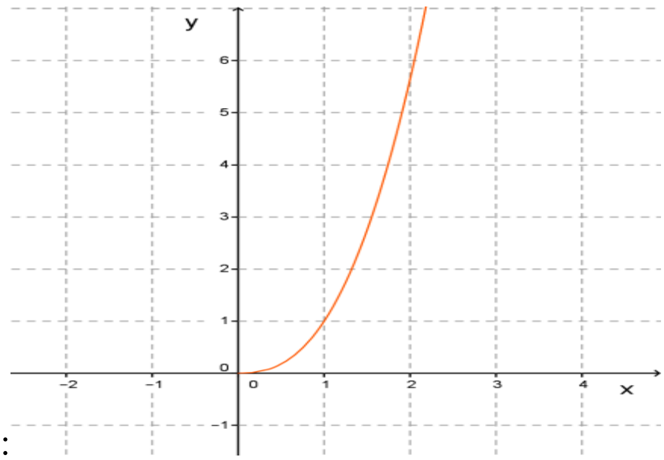


Рисунок 6 – $y = x^{\frac{m}{n}}$, где $\frac{m}{n} > 1$

Свойства функции $y = x^{\frac{m}{n}}$, где $\frac{m}{n} > 1$

1.D(f)=[0;+∞);

2.E(f)=[0;+∞);

3. не является ни чётной, ни нечётной;

4. возрастает при x∈[0;+∞);

5. не имеет наибольшего значения, $y_{наим}=0$;

6. не ограничена сверху, ограничена снизу;

7. выпукла вниз;

8. непрерывна.

2. Степенная функция $y = x^{\frac{m}{n}}$, где $0 < \frac{m}{n} < 1$ — **правильная дробь** (числитель меньше знаменателя).

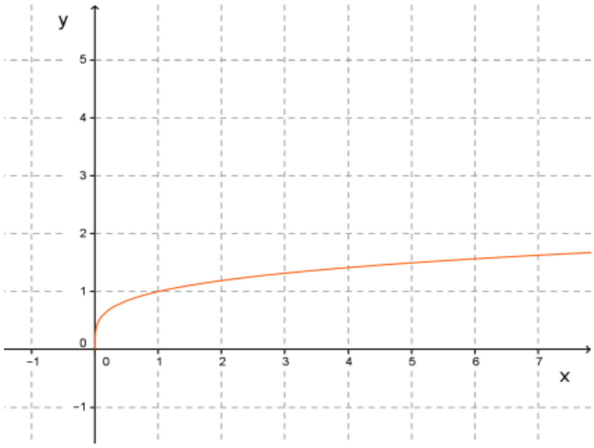


Рисунок 7 - функция $y = x^{\frac{m}{n}}$, где $0 < \frac{m}{n} < 1$

Свойства функции $y = x^{\frac{m}{n}}$, где $0 < \frac{m}{n} < 1$

1. $D(f)=[0;+\infty)$;

2. $E(f)=[0;+\infty)$;

3. не является ни чётной, ни нечётной;

4. возрастает при $x \in [0;+\infty)$;

5. не имеет наибольшего значения, $y_{наим}=0$;

6. не ограничена сверху, ограничена снизу;

7. выпукла вверх;

8. непрерывна.

Рассмотрим степенные функции с **отрицательным дробным показателем** степени $y = x^{-\frac{m}{n}}$

График — ветвь гиперболы.

Рисунок 8 - функция $y = x^{-\frac{m}{n}}$

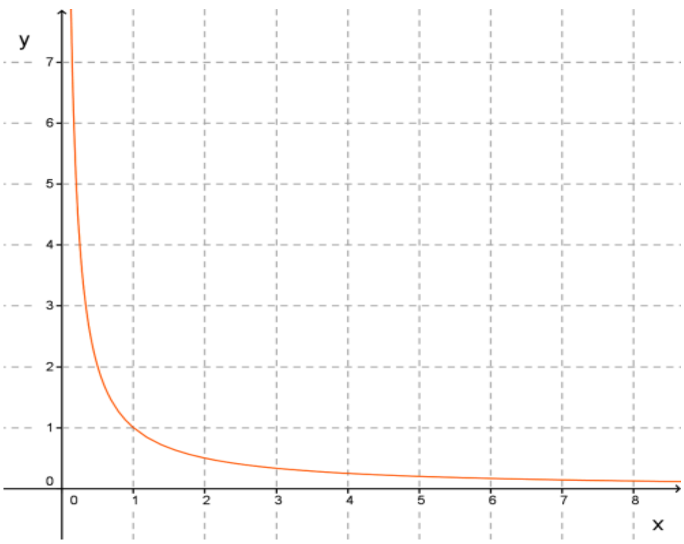


График имеет горизонтальную асимптоту y=0 и вертикальную асимптоту x=0.

Свойства функции $y = x^{-\frac{m}{n}}$.

1.D(f)=(0;+∞);

2.E(f)=(0;+∞);

3. не является ни чётной, ни нечётной;

4. убывает при x∈(0;+∞);

5. не имеет ни наибольшего, ни наименьшего значения;

6. не ограничена сверху, ограничена снизу;

7. выпукла вниз;

8. непрерывна.

Итак, на основании всего вышеперечисленного, можно сделать вывод в виде таблицы:

Функция $y = x^p$	Область определения	Множество значений	Чётность, нечётность	Возрастание	Убывание
$p = 2n$, $n \in N$	R	$y \geq 0$	чётная	$x \geq 0$	$x \leq 0$
$p = 2n - 1$, $n \in N$	R	R	нечётная	$x \in R$	—
$p = -2n$, $n \in N$	R, $x \neq 0$	$y > 0$	чётная	$x < 0$	$x > 0$
$p = -(2n - 1)$, $n \in N$	R, $x \neq 0$	R, $y \neq 0$	нечётная	—	$x < 0$, $x > 0$
$p > 0$, $p \in R$, p — нецелое	$x \geq 0$	$y \geq 0$	—	$x \geq 0$	—
$p < 0$, $p \in R$, p — нецелое	$x > 0$	$y > 0$	—	—	$x > 0$

Таблица 1 - вывод

Рассмотрим еще одну функцию.

Определение. Функцию y=f(x), x∈X называют обратимой, если любое своё значение она принимает только в одной точке множества X (иными словами, если разным значениям аргумента соответствуют разные значения функции).

Теорема 1

Если функция y=f(x), x∈X монотонна на множестве X, то она обратима.

Теорема 2

Если функция y=f(x) возрастает (убывает) на множестве X, а Y - область значений функции, то обратная функция $x=f^{-1}(y), y \in Y$ возрастает (убывает) на множестве Y.

Теорема 3

Точки M(a;b) и P(b;a) симметричны относительно прямой y=x.

Нахождение формулы для функции, обратной данной

Пользуясь формулой y=f(x), следует выразить x через y, а в полученной формуле x=g(y) заменить x на y, а y на x.

Пример:

Дана функция $y=x^2$, $x \in [0;+\infty)$. Найти обратную функцию.

Заданная функция возрастает на промежутке $[0;+\infty)$, значит, она имеет обратную функцию.Из уравнения $y=x^2$ находим: $x = \sqrt{y}$ или $x = -\sqrt{y}$. Промежутку $[0;+\infty)$ принадлежат лишь значения функции $x = \sqrt{y}$. Это и есть обратная функция, которая определена на промежутке $[0;+\infty)$.

Поменяв местами x и y, получим: $y = x$, $x \in [0;+\infty)$. График этой функции получается из графика функции $y=x^2$, $x \in [0;+\infty)$ с помощью симметрии относительно прямой y=x.

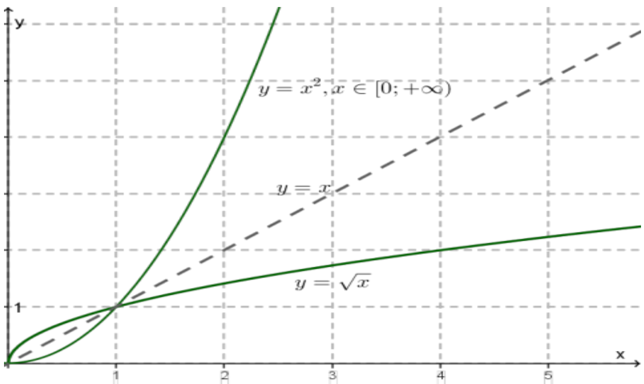


Рисунок 9 – график функции, обратной $y=x^2$

Разборы и примеры решения заданий тренировочного модуля

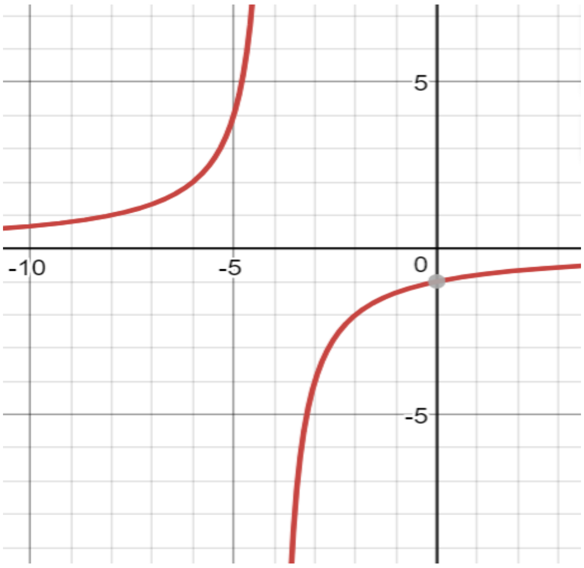
№1.Изобразите схематически график функции $y = \frac{-4}{x+4}$

Графиком данной функции является гипербола.

Возьмем точки:

X	-3	-5	-2	-6	0	-8

y	-4	4	-2	2	-1	1



Верный ответ:Рисунок 10 – график функции $y = \frac{-4}{x+4}$

№2. Выделите возрастающую функцию $y = x^p$ при x>0, если

1. p=8
2. p=-9
3. p= -5
4. p=-3
5. p=4
6. p=11

Применим данную таблицу к решению нашего задания.

Функция $y = x^p$	Область определения	Множество значений	Чётность, нечётность	Возрастание	Убывание
$p = 2n$, $n \in N$	R	$y \geq 0$	чётная	$x \geq 0$	$x \leq 0$
$p = 2n - 1$, $n \in N$	R	R	нечётная	$x \in R$	—
$p = -2n$, $n \in N$	R, $x \neq 0$	$y > 0$	чётная	$x < 0$	$x > 0$
$p = -(2n - 1)$, $n \in N$	R, $x \neq 0$	R, $y \neq 0$	нечётная	—	$x < 0$, $x > 0$
$p > 0$, $p \in R$, p — нецелое	$x \geq 0$	$y \geq 0$	—	$x \geq 0$	—
$p < 0$, $p \in R$, p — нецелое	$x > 0$	$y > 0$	—	—	$x > 0$

Таблица 1 – выводы

При p>0 функция возрастает.

Соответственно, верный ответ:

1. p=8
2. p=-9
3. p= -5,
4. p=-3
5. p=4, 6. p=11

Базовый учебник: Ш.А.Алимов «Алгебра и начала математического анализа 10-11»,учебник для образовательных учреждений Рекомендовано Министерством образования Российской Федерации: 9-е издание Москва, Просвещение 2020г.

Дополнительная литература:

Шабунин М.И., Ткачева М.В., Федорова Н.Е. Дидактические материалы Алгебра и начала математического анализа (базовый и профильный уровни) 10 кл. – М.: Просвещение, 2020.